

* Урок на тему:
«Решение уравнений и
неравенств с помощью
компьютерной графики»

Выполнила:
Егорова Полина Андреевна.

Введение:

Тема «Уравнения и неравенства» занимает важное место в школьном курсе алгебры. Это связано с тем, что уравнения и неравенства широко используются в различных разделах математики, в решении важных прикладных задач.

В школе изучаются много способов решений уравнений и неравенств, но более важные, это аналитический и графический.

Готовя данную работу, я ставил цель более глубокого изучения этой темы, выявления наиболее рационального решения, быстро приводящего к ответу. На мой взгляд графический метод является удобным и быстрым способом решения уравнений и неравенств.

В моём дипломе рассмотрены часто встречающиеся типы уравнений и неравенств.

Основные понятия

Уравнение - два выражения, соединенные знаком равенства; в эти выражения входят одна или несколько переменных, называемых неизвестным.

Решить уравнение- значит найти все те значения неизвестных (корни или решения уравнения), при которых оно обращается в верное равенство, или установить, что таких значений нет.

Корень уравнения - это число, при подстановке которого в уравнение получается верное числовое равенство.

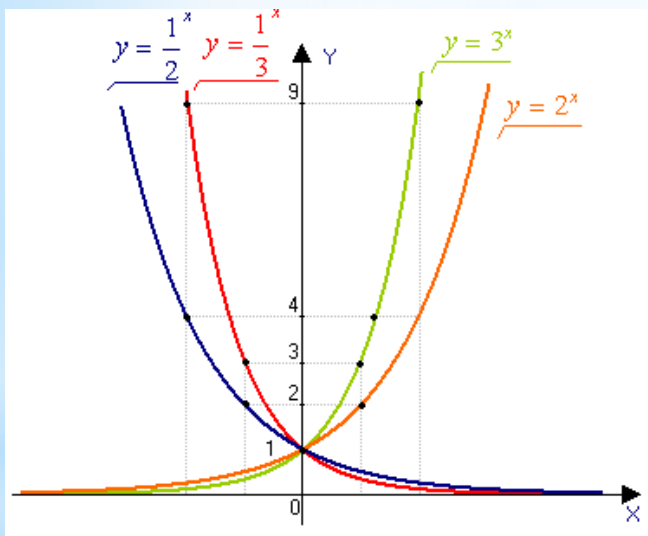
- * Неравенство- два числа или два выражения (числовые или буквенные), соединенные одним из знаков: $>$ (больше), $<$ (меньше), $\geq$ (больше или равно), $\leq$ (меньше или равно).
- * Решить неравенство. Содержащее неизвестные, значит указать множество, к которому должны принадлежать значения неизвестных величин, чтобы неравенство было верным, или доказать, что таких значений нет.
- * *Функция* - одно из основных понятий математики, выражающее зависимость одних переменных величин от других.

Как графически решить уравнение

Алгоритм решения:

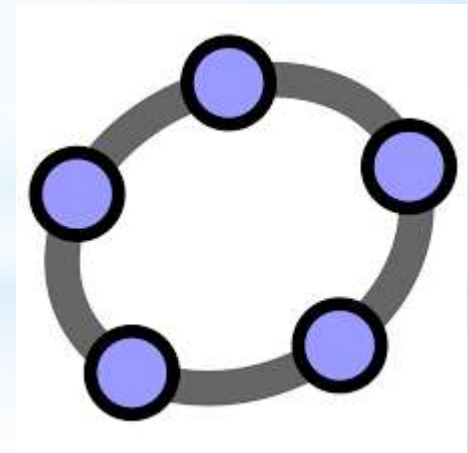
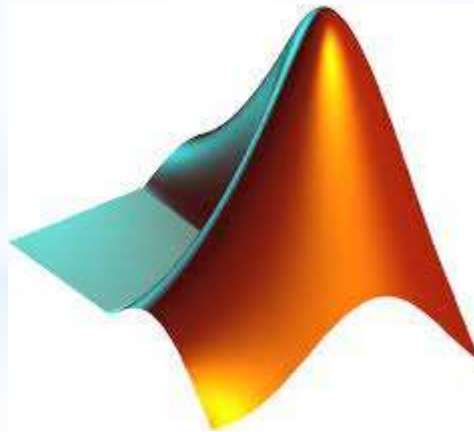
1. Надо преобразовать уравнение так (если оно сразу же не представлено в преобразованном виде), чтобы слева и справа от знака равенства стояли выражения, для которых легко можно нарисовать графики функций.

2. Графическим решением уравнения являются абсциссы точек пересечения графиков построенных функций. Графики могут пересекаться в нескольких точках, в одной точке или вообще не пересекаться. Значит уравнение может иметь несколько корней, один корень или не иметь корней.



Так как моя тема: «Решение уравнений и неравенств с помощью компьютерной графики», то их решение можно рассмотреть с помощью систем компьютерной алгебры.

За последнее время ученые разработали множество различных программ для построения графиков функций. В своей работе я рассмотрела один из самых распространенных программных пакетов, а именно MAPLE.



MAPLE

MAPLE - это пакет для аналитических вычислений на компьютере, содержащий более двух тысяч команд, которые позволяют решать задачи алгебры, геометрии, математического анализа, дифференциальных уравнений, статистики, математической физики.

Основными объектами являются формулы и действия с ними.

Работа в MAPLE проходит в режиме сессии - пользователь вводит предложения (команды, выражения, процедуры), которые воспринимаются условно и обрабатываются MAPLE.



Реализация в программе MAPLE:

Задание 1.

Решить уравнение:.

$$\sqrt{x+17} - \sqrt{x-7} = 4;$$

Решение:

При решении иррациональных уравнений, в первую очередь необходимо найти ОДЗ: $\begin{cases} x+17 \geq 0, \\ x-7 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq -17, \\ x \geq 7 \end{cases} \Rightarrow x \geq 7.$

Для того чтобы решить данное уравнение графическим способом, нужно построить графики левой и правой частей. Корнями этого уравнения будут являться абсциссы точек пересечения данных графиков.

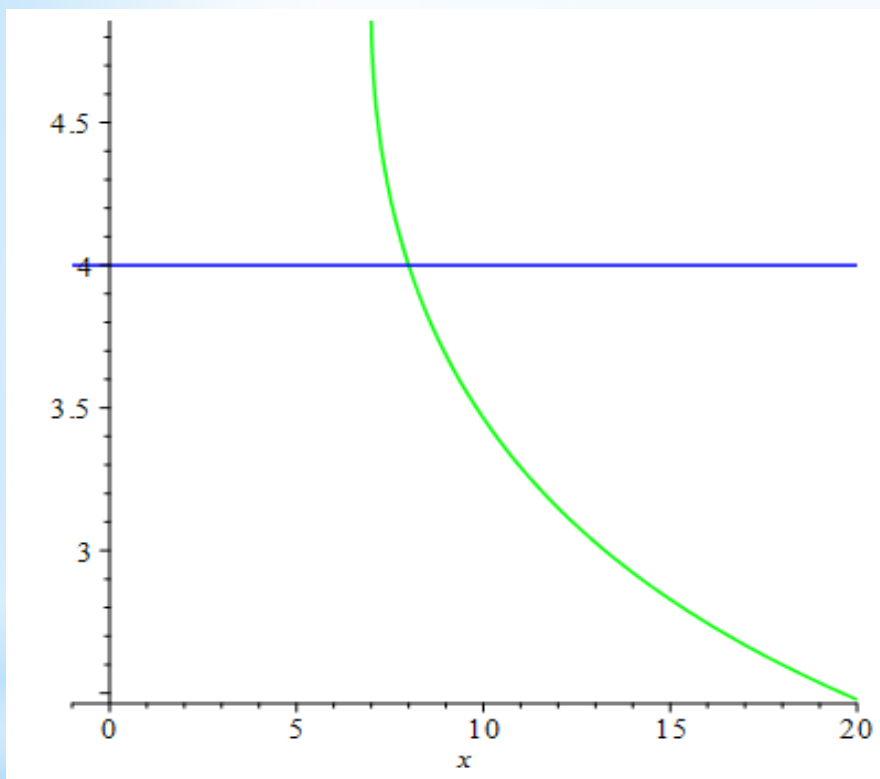
Построим графики функций: $y_1 = \sqrt{x+17} - \sqrt{x-7}$ и $y_2 = 4$, но для начала выясним, является ли функция y_1 возрастающей или убывающей. Для этого найдем ее производную:

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x+17}} - \frac{1}{2\sqrt{x-7}}.$$

Производная всегда будет отрицательной, т.к. x принимает значения $[7; +\infty)$. Отсюда следует, что функция y_1 является убывающей.

Построим графики функций помощью MAPLE.

```
plot{[  $\sqrt{x+17} - \sqrt{x-7}, 4$  ],  $x = -1..20$ , color = [green, blue]}
```



После того как построили графики, приступаем к нахождению ответа.

Как видно из построения, графики функций пересекаются в точке (8;4)

Нас интересуют только координаты x , следовательно $x = 8$.

Для того чтобы убедиться, что мы правильно нашли корень уравнений, сделаем проверку:

Подставляем в наше уравнение $x=8$

$$\sqrt{8+17} - \sqrt{8-7} = 4$$

Отсюда следует, что корень найден верно.

Ответ: $x = 8$

Задание 2.

Решить неравенство $|x| \geq x^2 - x$.

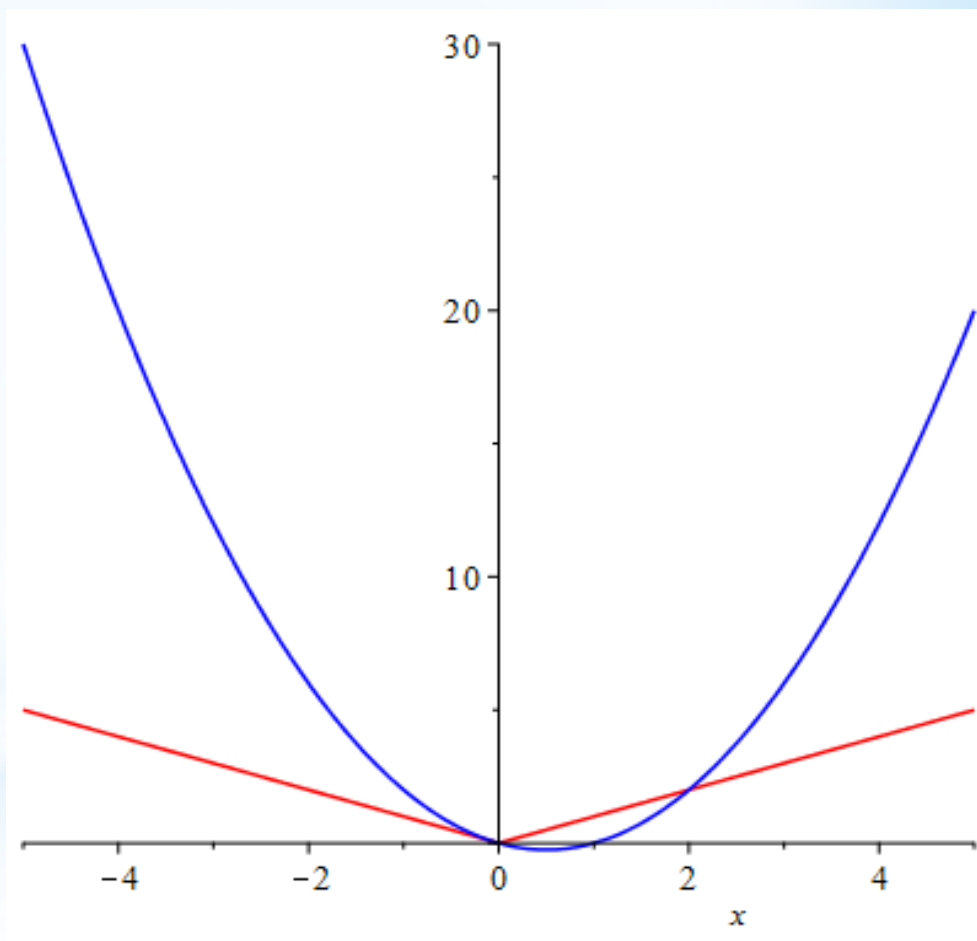
Решение:

Построим графики функций: $y = |x|$ и $y = x^2 - x$. После того как построили графики, то приступаем к нахождению ответа.

Выделим ту часть, где график левой части выше графика правой части. Построим с помощью MAPLE.

`plot([|x|, x^2 - x], x = -5..5, color = [red, blue])`

Как видно из построения, график левой части выше графика правой части только в одном случае: $[0, 2]$



Ответ: $[0, 2]$

Заключение

Мы рассмотрели графический метод решения уравнений и неравенств. Рассмотрели конкретные примеры, при решении которых использовали некоторые свойства функций.

Иногда при графическом решении некоторых уравнений и неравенств корни определяются только приближённо в силу того, что невозможно с высокой точностью построить график функции, измерить абсциссы или ординаты точек пересечения графика с осями координат или с другими графиками. Но точность, которую нам дает графический метод практически всегда зачастую вполне достаточно для практических нужд.

Также возможности 21 века позволяют нам строить графики с помощью программ, пример таких программ мы рассмотрели.